

RELAÇÕES TRIGONOMETRICAS¹

OBJETIVOS:

- Construir o ciclo trigonométrico dinâmico.
- Representar geometricamente o $\text{sen}(x)$; $\text{cos}(x)$; $\text{tg}(x)$; $\text{cotg}(x)$; $\text{sec}(x)$ e $\text{cossec}(x)$ no ciclo trigonométrico.
- Investigar razões e relações trigonométricas a partir do ciclo trigonométrico construído.

Construção 1: O ciclo trigonométrico no Geogebra:

- 1 – Construir uma circunferência com centro no ponto A(0,0) e raio 1.
- 2 – Insira um ponto B sobre a circunferência, região do primeiro quadrante.
- 3 – Usando a ferramenta **Reta** construam uma reta que passa pelos pontos A e B.
- 4 - Insira o ponto C(1,0).
- 5 – Com a ferramenta **Arco circular** construa um arco centrado no ponto A e com extremidades nos pontos B e C de cor verde.
- 6 – Com a ferramenta **Reta perpendicular** construa uma reta que passe pelo ponto B e seja perpendicular ao eixo das abscissas (pontilhada com espessura 1).
- 7 - Com a ferramenta **Reta perpendicular** construa uma reta que passe pelo ponto B e seja perpendicular ao eixo das ordenadas (pontilhada com espessura 1).
- 8 - Usando a ferramenta **Segmento** crie um segmento do ponto A até o ponto de intersecção da reta perpendicular com o eixo das abscissas (cor azul e espessura 13).
- 9 - Usando a ferramenta **Segmento** crie um segmento do ponto A até o ponto de intersecção da reta perpendicular com o eixo das ordenadas (cor vermelho e espessura 13).
- 10 - Com a ferramenta **Polígono**, construa um triângulo ABD.
- 11 – Usando a ferramenta **Ângulo** indique o ângulo CÂB.

OBS: O ponto B representa uma das extremidades do arco α (representado de verde)

Em relação ao ponto B(D,E) a abscissa desse ponto define o **cos α** e a ordenada do ponto define o **sen α** .

Atividade 1

- a) A partir da movimentação do ponto B ao longo da circunferência, estabeleça uma relação entre $\text{sen } \alpha$ e $\text{cos } \alpha$.
- b) Preencha a tabela abaixo

	0°	90°	180°	270°	360°
sen(α)					
cos(α)					

Construção 2: Partindo da construção 1, faça:

- 12 – Utilizando a ferramenta **Reta Tangente** construa uma reta tangente à circunferência no ponto C(1,0).
- 13- Crie o ponto F na intersecção entre a reta tangente no ponto C e a reta \overleftrightarrow{AB} .
- 14 – Utilizando a ferramenta **Segmento** crie o segmento \overline{CF} (cor amarelo e espessura 13).

OBS: A ordenada do ponto F define o valor da **tg α**

¹ Atividade didática produzida por Iuri dos Santos Manoel, Carlos Edgar Rocha Lima, Rudy Sarno Gonçalves, Fredy Coelho Rodrigues.

Atividade 2

- a) Encontre uma relação entre $\text{sen } \alpha$, $\text{cos } \alpha$ e $\text{tg } \alpha$ através da semelhança de triângulos ΔABD e ΔACF .
- b) Preencha a tabela abaixo:

	0°	90°	180°	270°	360°
$\text{tg}(\alpha)$					

- c) Para quais ângulos não existe tangente? Justifique.

Construção 3: Partindo da construção 2, faça:

15 – Crie o ponto $G(0,1)$.

16 - Utilizando a ferramenta **Reta Tangente** construa uma reta tangente à circunferência no ponto $G(0,1)$.

17 - Crie o ponto H na intersecção entre a reta tangente no ponto G e reta \overline{AB} .

18 – Utilizando a ferramenta **Segmento** crie o segmento \overline{GH} (cor amarelo e espessura 13).

OBS: A abscissa do ponto H define o valor da $\text{cotg } \alpha$

Atividade 3:

- a) Encontre uma relação entre $\text{sen } \alpha$, $\text{cos } \alpha$ e $\text{cotg } \alpha$ através da semelhança de triângulos ΔABD e ΔAGH .
- b) Preencha a tabela abaixo:

	0°	90°	180°	270°	360°
$\text{cotg}(\alpha)$					

- c) Para quais ângulos não existe cotangente? Justifique.

Construção 4: Partindo da construção 3, faça:

19 - Utilizando a ferramenta **Reta Tangente** construa uma reta tangente à circunferência no ponto B .

20 - Crie o ponto I na intersecção da reta tangente com os eixos das abscissas.

21 - Crie o ponto J na intersecção da reta tangente com os eixos das ordenadas.

22 - Utilizando a ferramenta **Segmento** para criar o segmento \overline{AI} (cor azul espessura 5).

23 - Utilizando a ferramenta **Segmento** para criar o segmento \overline{AJ} (cor vermelho e espessura 5).

OBS: A abscissa do ponto I define o valor da $\text{sec } \alpha$

OBS: A ordenada do ponto J define o valor da $\text{cossec } \alpha$

Atividade 4:

- a) Encontre uma relação entre $\text{cos } \alpha$, $\text{sec } \alpha$ através da semelhança de triângulos ΔABD e ΔABI .
- b) Encontre uma relação entre $\text{sen } \alpha$, $\text{cossec } \alpha$ através da semelhança de triângulos ΔABD e ΔABJ .
- c) Preencha a tabela abaixo:

	0°	90°	180°	270°	360°
$\text{sec}(\alpha)$					
$\text{cossec}(\alpha)$					